Omówienie zadań

Mistrzostwa Polski Szkół Średnich w Programowaniu Zespołowym 2023

18 czerwca 2023

Problem A - Astrofizycy

Problem A - Astrofizycy

Zadanie

Prezes ma do rozdysponowania K złotych pomiędzy swoich pracowników. Każda złotówka jest warta G groszy. Każdemu z N pracowników zostanie przypisana pewna liczba groszy, a następnie kwota jego premii zostanie zaokrąglona do całkowitej liczby złotówek.

Problem A - Astrofizycy

Zadanie

Prezes ma do rozdysponowania K złotych pomiędzy swoich pracowników. Każda złotówka jest warta G groszy. Każdemu z N pracowników zostanie przypisana pewna liczba groszy, a następnie kwota jego premii zostanie zaokrąglona do całkowitej liczby złotówek.
W ten sposób może się okazać, że po zaokrągleniach część pieniędzy zostanie w kieszeni prezesa. Ile maksymalnie złotych można zaoszczędzić?

Problem A - Astrofizycy

Zadanie

Prezes ma do rozdysponowania K złotych pomiędzy swoich pracowników. Każda złotówka jest warta G groszy. Każdemu z N pracowników zostanie przypisana pewna liczba groszy, a następnie kwota jego premii zostanie zaokrąglona do całkowitej liczby złotówek.
W ten sposób może się okazać, że po zaokrągleniach część pieniędzy zostanie w kieszeni prezesa. Ile maksymalnie złotych można zaoszczędzić?

Jeżeli każda złotówka to 100 groszy i mamy do rozdania 10 złotych między 3 pracowników, to możemy zaoszczędzić złotówkę dając odpowiednio np. 49, 49 i 902 groszy.

Problem A - Astrofizycy

Zadanie

Prezes ma do rozdysponowania K złotych pomiędzy swoich pracowników. Każda złotówka jest warta G groszy. Każdemu z N pracowników zostanie przypisana pewna liczba groszy, a następnie kwota jego premii zostanie zaokrąglona do całkowitej liczby złotówek.
W ten sposób może się okazać, że po zaokrągleniach część pieniędzy zostanie w kieszeni prezesa. Ile maksymalnie złotych można zaoszczędzić?

Jeżeli każda złotówka to 100 groszy i mamy do rozdania 10 złotych między 3 pracowników, to możemy zaoszczędzić złotówkę dając odpowiednio np. 49, 49 i 902 groszy.
Okazuje się, że w optymalnej strategii możemy np. na początku każdemu pracownikowi przydzielić 49 groszy (w ogólnym przypadku $\frac{G-1}{2}$), a następnie całą resztę jednemu pracownikowi.

Problem B - Bananowa przygoda

Problem B - Bananowa przygoda

Zadanie

Zbadaj co oznaczają symbole i rozwiąż zagadkę:

```
###############
#xxxxxxx#xxxxx#
#.........@...#
#o###########^#
#x............#
#............x#
#)OO....x.x).x#
########x.x####
#).........@..#
#xxxxxxx#xxxxx#
#...).....@..o#
#xxxxxxxxxxxxx#
###############
```

Problem B - Bananowa przygoda

Znaczenie symboli na planszy:

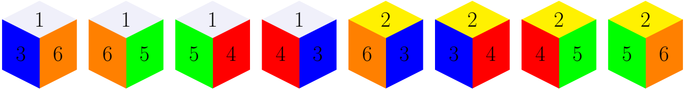
- `#` – blokada,
- `@` – małpa,
- `^` – punkt zbiórki,
- `)` – banan,
- `x` – zakazane pole,
- `o` oraz `O` – teleporty,

Problem C - Sześcienna stacja kosmiczna

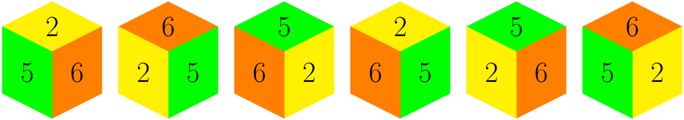
Problem C - Sześcienna stacja kosmiczna

Zadanie

Dane jest 8 sześciennych kostek, z których każda ma pokolorowane 3 sąsiadujące ścianki. Możemy je dowolnie przestawiać i obracać.
W zadaniu należy ocenić czy jesteśmy w stanie złożyć z nich większą kostkę, która ma określone kolory na określonych ściankach.



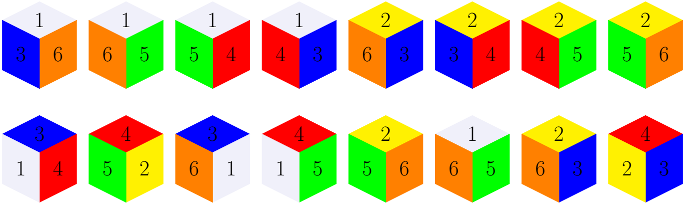
Problem C - Sześcienna stacja kosmiczna



- Kostki $(2, 6, 5)$, $(6, 5, 2)$ i $(5, 2, 6)$ są identyczne.
- Kostki $(2, 5, 6)$, $(5, 6, 2)$ i $(6, 2, 5)$ też są sobie równe, ale inne niż te poprzednie.

Problem C - Sześcienna stacja kosmiczna

Poniższe zestawy są takie same.

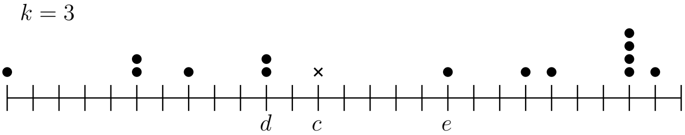


W zadaniu wystarczyło przejrzeć wszystkie kostki z wymaganego zestawu i zobaczyć czy występują one gdzieś na wejściu.

Problem D - Autograf

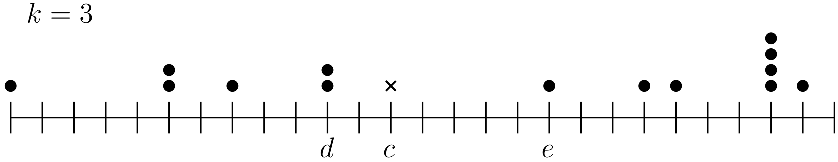
Zadanie

W zadaniu mamy dane punkty rozstawione na osi liczbowej.
Musimy wybrać pozycję, na której ustawimy swój punkt.
Następnie ktoś wybierze pewną całkowitą pozycję na osi, która będzie *wygrywająca* – *k* najbliższych osób zostanie zwycięzcami.
Zadanie polega na tym, żeby wybrać taką pozycję, która daje nam wygraną dla największej możliwej liczby pozycji wygrywających (w przypadku remisów mamy wybrać najmniejszą pozycję).



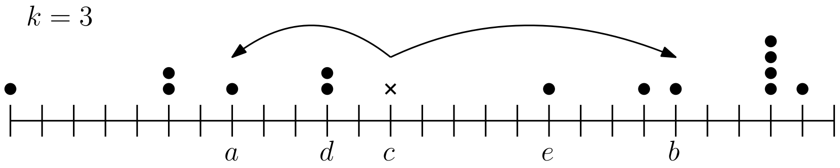
Problem D - Autograf

Przyjmijmy, że nasza pozycja jest pomiędzy pewnymi punktami *d* oraz *e*.



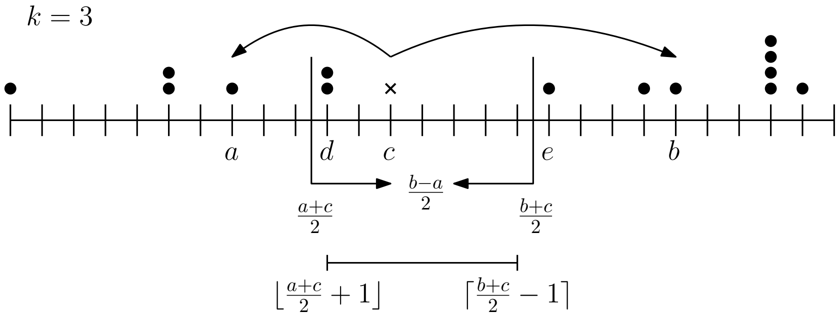
Problem D - Autograf

Niech *a* będzie *k*-tym punktem na lewo, a *b* będzie *k*-tym punktem na prawo od naszej pozycji.
Aby wygrać, pozycja wygrywająca powinna być bliżej nas niż obu tych punktów.



Problem D - Autograf

Nasz *obszar wygrywający* jest w przedziale $(\frac{a+c}{2}, \frac{b+c}{2})$.
Jego szerokość nie zależy od naszej pozycji wewnątrz przedziału, lecz tylko od tego czy jesteśmy na pozycji parzystej czy nieparzystej.



Problem D - Autograf

Optymalnym rozwiązaniem jest wybranie jednej spośród pozycji:

- dwóch najbardziej lewych punktów wewnątrz każdego przedziału (bo mają różną parzystość),
- punktów które zostały wybrane przez innych,
- dwóch punktów bezpośrednio przed k-tą osobą,
- dwóch punktów bezpośrednio za k-tą osobą od końca.

Problem E - Stara komórka

Problem E - Stara komórka

Zadanie

W zadaniu mamy dany stary telefon komórkowy zawierający M przycisków z różnymi cyframi (w systemie M-arnym) oraz przycisk ‘backspace‘.
Przyciski nie maja oznaczeń, więc zanim ich nie wciśniemy, nie wiemy który przycisk jest który.
Celem zadania jest określenie jaka jest oczekiwana liczba wciśnięć przycisku zanim uda nam się wybrać określony numer telefonu.

Problem E - Stara komórka

Obserwacja 1

Niezależnie od obranej strategii, każda cyfra z numeru zostanie wciśnięta. Możemy więc w ogóle nie zliczać przyciśnięć przycisków powodujących wpisanie poprawnej cyfry.

Problem E - Stara komórka

Obserwacja 1

Niezależnie od obranej strategii, każda cyfra z numeru zostanie wciśnięta. Możemy więc w ogóle nie zliczać przyciśnięć przycisków powodujących wpisanie poprawnej cyfry.

Obserwacja 2

Jeżeli raz wciśniemy jakąś cyfrę, to już później nie będziemy musieli jej szukać.
Możemy więc na samym początku usunąć wszystkie powtórzenia cyfr (oprócz pierwszego).
Długość numeru po tej operacji będzie nie dłuższa niż liczba różnych cyfr.

Problem E - Stara komórka

- Zauważmy, że zamiast pamiętania ile cyfr już wpisaliśmy wystarczy nam informacja *ile cyfr z numeru już zlokalizowaliśmy*.
- Dodatkowo, gdy będziemy potrzebowali zlokalizować jakiś nowy przycisk, interesuje nas informacja *ile przycisków ma jeszcze nieznaną wartość*.
- Dobrym pomysłem jest użycie programowania dynamicznego.

Problem E - Stara komórka

- Sytuacja jest zupełnie inna gdy wciśniemy przycisk ‘backspace‘.
- Dopóki nie znamy jego pozycji, dochodzą nam litery, które będziemy musieli potem usunąć.
- Gdy wciśniemy go pierwszy raz, ostatnia litera się skasuje (niezależnie od tego czy była poprawna czy nie).
- Po odnalezieniu przycisku ‘backspace‘ będziemy musieli wykasować niepoprawne litery.

Problem E - Stara komórka

W stanie potrzebujemy więc trzymać tylko:

- liczbę pozostałych cyfr z numeru do zlokalizowania (liczba od 0 do M),
- liczbę pozostałych cyfr spoza numeru, których przycisków jeszcze nie znamy (liczba od 0 do M),
- czy przycisk ‘backspace‘ był już raz wciśnięty (0 lub 1),
- czy sufiks napisu na wyświetlaczu jest poprawny (0 lub 1).

Takich różnych stanów będzie tylko $4 \cdot M^2$.

Problem F - Kosmiczne paliwo

Problem F - Kosmiczne paliwo

Zadanie

W zadaniu rozważamy N ściśle malejących ciągów długości K. Wszystkie wartości we wszystkich ciągach są parami różne (możemy przyjąć, że wszystkie wartości tworzą permutację liczb od 1 do $N \cdot K$).
Naszym zadaniem jest znaleźć K największych wartości w tych ciągach.
Jako, że K może być bardzo duże, wystarczy, że podamy pozycję ostatniej wziętej wartości w każdym ciągu.
Możemy zadać co najwyżej 5 000 zapytań o porównanie pewnych dwóch wartości.
$N \leqslant 32$, $K \leqslant 2^{30}$.

Przykład dla $N = 3$ i $K = 4$:

13	11	10	7	4
15	**14**	**12**	2	1
9	8	6	5	3

Problem F - Kosmiczne paliwo

Rozwiązanie będziemy budować stopniowo – wiedząc, że element należy do rozwiązania, możemy go wyrzucić i zmniejszyć K.
Kluczową obserwacją jest to, że jeśli dla pewnego V, zachodzi $K \geqslant V \cdot N$, to istnieje pewien ciąg z którego zabierzemy co najmniej V elementów.

Problem F - Kosmiczne paliwo

Rozwiązanie będziemy budować stopniowo – wiedząc, że element należy do rozwiązania, możemy go wyrzucić i zmniejszyć K.
Kluczową obserwacją jest to, że jeśli dla pewnego V, zachodzi $K \geqslant V \cdot N$, to istnieje pewien ciąg z którego zabierzemy co najmniej V elementów.

Pierwsze rozwiązanie:

- znajdź sensownego kandydata na V (np. potęgi dwójki),
- posortuj wszystkie ciągi po V-tej wartości,
- odrzuć elementy z największego ciągu,
- kontynuuj powyższe kroki, dopóki zachodzi $K \geqslant V \cdot N$.

Takie podejście jest z grubsza poprawne, ale wymaga doprecyzowania szczegółów.

Problem F - Kosmiczne paliwo

- Nie możemy za każdym razem sortować elementów na V-tej pozycji – jak mamy je już posortowane, kolejny możemy znaleźć w czasie $O(\log(n))$.
- Daje nam to złożoność $2 \cdot N \log N \log K$.

Problem F - Kosmiczne paliwo

- Nie możemy za każdym razem sortować elementów na V-tej pozycji – jak mamy je już posortowane, kolejny możemy znaleźć w czasie $O(\log(n))$.
- Daje nam to złożoność $2 \cdot N \log N \log K$.
- Zamiast początkowego sortowania możemy użyć drzewa przedziałowego, gdyż za każdym razem potrzebujemy tylko znaleźć maximum.

Problem F - Kosmiczne paliwo

- Nie możemy za każdym razem sortować elementów na V-tej pozycji – jak mamy je już posortowane, kolejny możemy znaleźć w czasie $O(\log(n))$.
- Daje nam to złożoność $2 \cdot N \log N \log K$.
- Zamiast początkowego sortowania możemy użyć drzewa przedziałowego, gdyż za każdym razem potrzebujemy tylko znaleźć maximum.
- Możemy ignorować potęgi dwójki jeśli $K < V \cdot N$.

Problem G - Plan teleportacji

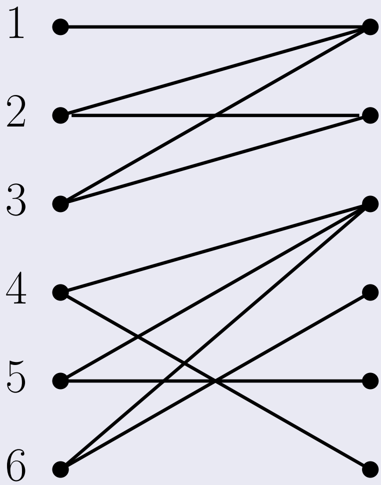
Problem G - Plan teleportacji

Zadanie

Dany graf dwudzielny na wierzchołkach $L \cup R$, gdzie $|L| = |R|$. Dla dowolnego zbioru $S \subseteq L$, niech $N(S)$ oznacza zbiór wszystkich sąsiadów wierzchołków z S.
Mówimy, że zbiór $S \subseteq L$ w grafie G jest *ciasny* wtw, gdy $|S| = |N(S)|$. O grafie G powiemy, że jest *dopuszczalny* wtw, gdy $\forall_{S \subseteq L} |S| \leqslant |N(S)|$.
Jeśli graf podany na wejściu nie jest dopuszczalny, zadaniem jest znalezienie takiego zbioru $S \subseteq L$, że $|S| > |N(S)|$. Jeżeli jednak graf jest dopuszczalny, zadaniem jest znalezienie dopuszczalnego grafu dwudzielnego G' o takim samym zbiorze wierzchołków $L \cup R$, w którym $\forall_{S \subseteq L}$ S jest ciasny w G wtw, gdy S jest ciasny w G'. Jeżeli istnieje wiele takich grafów, wybierz jeden z tych, które mają najmniejszą możliwą liczbę krawędzi.

Problem G - Plan teleportacji

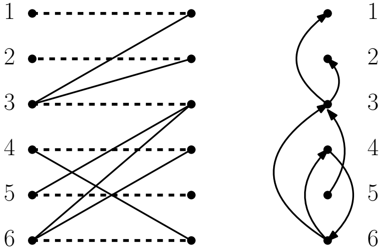
Zadanie



- Sprawdzenie dopuszczalności – z tw. Halla wystarczy sprawdzić czy graf zawiera pełne skojarzenie.
- Jeśli graf nie jest dopuszczalny – możemy znaleźć zbiór niedopuszczalny za pomocą ścieżek powiększających z algorytmu szukania skojarzenia.

Problem G - Plan teleportacji

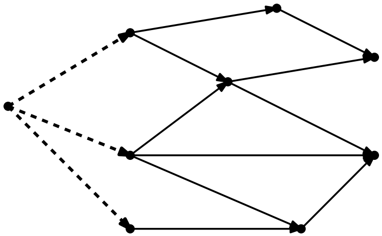
Jeśli graf jest dopuszczalny, przekształćmy go na graf skierowany jak na poniższym rysunku.



W tej reprezentacji zbiór ciasny to taki, z którego nie wychodzą żadne krawędzie.

Problem G - Plan teleportacji

Wygenerujmy nowy graf, który ma takie same zbiory osiągalne dla każdego wierzchołka.
Wtedy każdy podzbiór w nowym grafie będzie miał takie same zbiory osiągalne.
W każdej spójnej składowej musimy dodać krawędzie, które tworzą cykl.
Następnie scalamy spójne oraz przechodzimy wierzchołki w kolejności topologicznej.



Rozwiązanie to da się zaimplementować na przykład w czasie $O(N^3/64)$.

Problem H - Zaludnienie Proximy Centauri b

Problem H - Zaludnienie Proximy Centauri b

Zadanie

W zadaniu mamy dane dwie długie (do 1 000 000 cyfr) liczby, składające się z cyfr 2, 3, 5 i 7.
Celem zadania jest określenie czy da się sprawić aby pierwsza liczba była ściśle większa od drugiej, używając do tego co najwyżej jednej operacji zamiany dwóch dowolnych cyfr miejscami.

Zadanie

W zadaniu mamy dane dwie długie (do 1 000 000 cyfr) liczby, składające się z cyfr 2, 3, 5 i 7.
Celem zadania jest określenie czy da się sprawić aby pierwsza liczba była ściśle większa od drugiej, używając do tego co najwyżej jednej operacji zamiany dwóch dowolnych cyfr miejscami.

Istotnym jest fakt, że w liczbach nie występuje cyfra 0.

Problem H - Zaludnienie Proximy Centauri b

Rozpatrzmy przypadki:

23725 755	OK
2375 27575	NIE
55555 55555	NIE
37**3**25 37**5**55	A 3 B 3
5735**3** 5**7**353	A 5 B 2

Problem I - Warunki Atmosferyczne

Problem I - Warunki Atmosferyczne

Zadanie

W zadaniu mamy dany ciąg dodatnich liczb całkowitych o wartościach do $M = 1\,000\,000$. Naszym zadaniem jest policzyć ile jest w nim spójnych podciągów, które zawierają trzy kolejne elementy ciągu geometrycznego (w dowolnej kolejności), czyli elementy postaci a, $a \cdot k$ i $a \cdot k^2$, dla pewnych całkowitych wartości a i k.

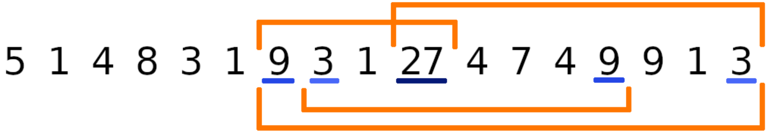
Dla każdego elementu zastanówmy się, co jeśli to on byłby elementem postaci $a \cdot k^2$. W tej sytuacji k musiałoby być *kwadratowym dzielnikiem a*.

Kwadratowy dzielnik

Kwadratowych dzielników liczby $a < M$ jest mniej niż dzielników $\sqrt{M}$. W zadaniu jest to maksymalnie 32.

Problem I - Warunki Atmosferyczne

Kiedy ustalimy element $a \cdot k^2$, to możemy przeiterować się po wszystkich możliwych k, a następnie znaleźć najbliższe wystąpienia $a \cdot k$ oraz a z lewej i prawej strony. Teraz jesteśmy w stanie wyznaczyć 4 minimalne przedziały, które wystarczy rozważyć dla ustalonego elementu $a \cdot k^2$. Przypadek $k = 1$ należy rozważyć osobno.



Problem I - Warunki Atmosferyczne

Mając $O(N)$ przedziałów możemy łatwo obliczyć liczbę przedziałów, które je zawierają, w czasie $O(N \log N)$.

Ostateczna złożoność to $O(N \cdot d(\sqrt{M}))$ lub $O(N \cdot d(\sqrt{M}) \log N)$, gdzie $d(x)$ to maksymalna liczba dzielników liczb mniejszych niż x. Rozwiązania w złożoności $O(N\sqrt{M})$ też miały szansę zostać zaakceptowane.

Problem J - Bliźniacze gromady

Zadanie

Dany jest ciąg 2^{K+1} liczb z przedziału od 0 do 4^K.
Zadanie polega na znalezieniu takich dwóch rozłącznych przedziałów, że xor elementów pierwszego z nich jest równy xorowi elementów drugiego.

Problem J - Bliźniacze gromady

- Liczby podane na wejściu mają dokładnie $2 \cdot K$ bitów. Na początku skupmy się na ich dolnej połowie.
- Wygenerujmy $2^{K+1} + 1$ xorów prefiksowych ciągu.
- Zauważmy, że mamy tam co najmniej $2^k + 1$ kolizji, czyli par sum prefiksowych, które mają taką samą wartość na dolnych bitach. Niech każda kolizja wskazuje na element ją poprzedzający, tworząc w ten sposób przedział o wartości xor na dolnych bitach równej 0.
- Zauważmy, że wszystkie przedziały mają różne końce i różne początki.

Problem J - Bliźniacze gromady

- Skoro mamy $2^k + 1$ przedziałów, a xor każdego z nich ma wyzerowaną dolną połowę bitów, to istnieją tam takie dwa, które mają taką samą górną połowę bitów.
- Jeśli te przedziały są rozłączne, otrzymaliśmy poprawne rozwiązanie.
- Za to jeśli się przecinają, jako rozwiązanie możemy wziąć ich różnicę symetryczną.

Problem J - Bliźniacze gromady

- Skoro mamy $2^k + 1$ przedziałów, a xor każdego z nich ma wyzerowaną dolną połowę bitów, to istnieją tam takie dwa, które mają taką samą górną połowę bitów.
- Jeśli te przedziały są rozłączne, otrzymaliśmy poprawne rozwiązanie.
- Za to jeśli się przecinają, jako rozwiązanie możemy wziąć ich różnicę symetryczną.
- W zadaniu istniało również alternatywne rozwiązanie, polegające na ciągłym losowaniu przedziałów do momentu, aż jeden z nich będzie miał takiego samego xora jak jeden z poprzednich.
- Z paradoksu urodzin można oszacować, że powinno to zająć średnio $\sqrt{MAX}$ losowań.

Problem J - Bliźniacze gromady

- Skoro mamy $2^k + 1$ przedziałów, a xor każdego z nich ma wyzerowaną dolną połowę bitów, to istnieją tam takie dwa, które mają taką samą górną połowę bitów.
- Jeśli te przedziały są rozłączne, otrzymaliśmy poprawne rozwiązanie.
- Za to jeśli się przecinają, jako rozwiązanie możemy wziąć ich różnicę symetryczną.

Problem K - Hipoteza Doktora Browna

Problem K - Hipoteza Doktora Browna

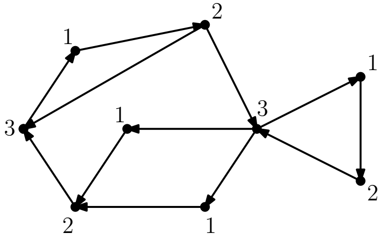
Zadanie

W zadaniu mamy dany graf skierowany o N wierzchołkach i liczbę K nie mniejszą niż N^3.
Należy obliczyć liczbę takich par (niekoniecznie różnych) wierzchołków a, b, że istnieją ścieżki z a do b i z b do a, każda o długości dokładnie K.

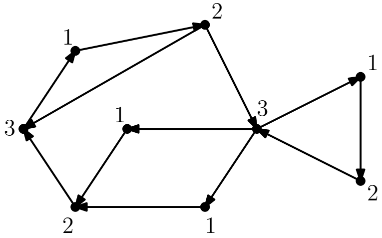
Problem K - Hipoteza Doktora Browna

Na początku zauważmy, że a i b muszą znajdować się w jednej silnie spójnej składowej, więc możemy rozważyć każdą z nich osobno. Od teraz zakładamy, że graf jest silnie spójny.

Rozważmy kolorowanie grafu za pomocą c kolorów w taki sposób, że z koloru i możemy dojść tylko do koloru $(i+1)\%C$.

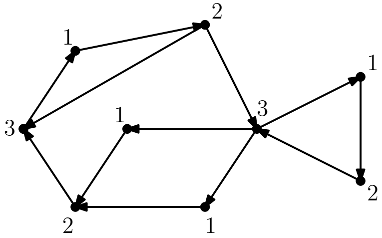


Problem K - Hipoteza Doktora Browna



Aby takie kolorowanie istniało, c musi być dzielnikiem długości wszystkich cykli w grafie.
Aby istniała ścieżka długości K zarówno z a do b, jak i z b do a, to $K\%c$ musi być równe różnicy kolorów a i b modulo c.

Problem K - Hipoteza Doktora Browna



Aby takie kolorowanie istniało, c musi być dzielnikiem długości wszystkich cykli w grafie.
Aby istniała ścieżka długości K zarówno z a do b, jak i z b do a, to $K\%c$ musi być równe różnicy kolorów a i b modulo c.
Okazuje się, że ze względu na nierówność $K \geqslant N^3$, ten konieczny warunek jest również wystarczający (dowód w omówieniu pisemnym).

Problem K - Hipoteza Doktora Browna

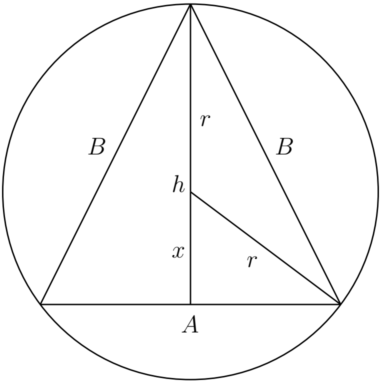
- Zatem aby znaleźć rozwiązanie potrzebujemy znaleźć NWD długości wszystkich cykli w grafie.
- Wystarczy znaleźć największe c, dla którego kolorowanie istnieje. Można na przykład znaleźć długość dowolnego cyklu i przeiterować się po wszystkich jego dzielnikach pierwszych.
- Jeśli $K\%c = 0$, szukamy par wierzchołków o tym samym kolorze.
- Jeśli zaś $K\%c = \frac{c}{2}$, należy zliczyć pary wierzchołków o numerach kolorów różniących się o $\frac{c}{2}$.

Problem L - Gołąb Dekady

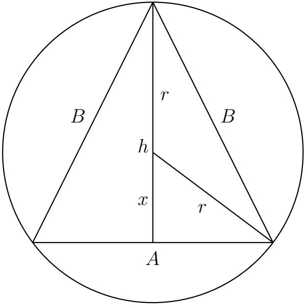
Problem L - Gołąb Dekady

Zadanie

W zadaniu mamy dane okrąg o promieniu R oraz trójkąt równoramienny o podstawie długości A i ramionach długości B.
Celem zadania jest określenie czy dany trójkąt zmieści się w danym okręgu.



Problem L - Gołąb Dekady

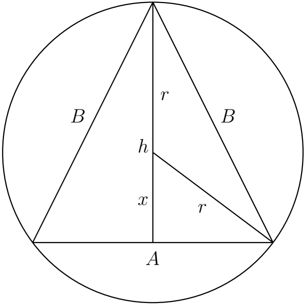


Użyjmy twierdzenia Pitagorasa do znalezienia promienia okręgu opisanego. Kolejno obliczmy:

- $h = \sqrt{B^2 - A^2/4}$
- $x = h - r$
- $r^2 = A^2/4 + x^2$
- $r = \frac{A^2/4 + h^2}{4h}$.

Tą wartość należy ostatecznie porównać z promieniem R podanym na wejściu.

Problem L - Gołąb Dekady



Użyjmy twierdzenia Pitagorasa do znalezienia promienia okręgu opisanego. Kolejno obliczmy:

- $h = \sqrt{B^2 - A^2/4}$
- $x = h - r$
- $r^2 = A^2/4 + x^2$
- $r = \frac{A^2/4 + h^2}{4h}$.

Tą wartość należy ostatecznie porównać z promieniem R podanym na wejściu.

Uproszczona postać:

$$B^4 < R^2(4B^2 - A^2)$$

Problem M - Pilot Bajtek

Problem M - Pilot Bajtek

Zadanie

Mamy znaleźć K-te najmniejsze leksykograficznie równanie postaci $a + b = c$, gdzie a, b i c mają ustalone (być może różne) liczby cyfr.

Dla ustalonego a, nierówności które musimy spełnić, żeby b miało B cyfr, a c miało C cyfr, to:

$$
\begin{aligned}
b &\geqslant 10^{B-1} \\
c = a + b &\geqslant 10^{C-1} \\
b &< 10^{B} \\
c = a + b &< 10^{C}
\end{aligned}
$$

Problem M - Pilot Bajtek

Po przerzuceniu niektórych składników na prawo otrzymujemy:

$$b \geqslant 10^{B-1}$$
$$b \geqslant 10^{C-1} - a$$
$$b < 10^{B}$$
$$b < 10^{C} - a$$

To znaczy, że możliwe wartości b znajdują się w przedziale

$$\langle \max(10^{B-1}, 10^{C-1} - a), \min(10^{B}, 10^{C} - a) - 1 \rangle$$

Żeby znaleźć K-te leksykograficzne równanie, wystarczy iterować się po kolejnych a i zliczać możliwe równania.

Problem N - Niszczyciel

Problem N - Niszczyciel

Zadanie

Na wejściu mamy podane pozycje wszystkich robotów w kilku szeregach. Mamy sprawdzić czy dane są prawidłowe.

Zauważmy, że jeżeli robotów na pozycji $p > 0$ jest L_p, to robotów na pozycji $p - 1$ musi być co najmniej tyle samo (każdy musi mieć poprzednika): $L_{p-1} \geqslant L_p$.

Wniosek

Ciąg liczności robotów na danej pozycji jest nierosnący.

Okazuje się, że jeżeli ciąg liczności jest nierosnący, to istnieją szeregi zgodne z wejściem. Wystarczy zachłannie tworzyć jak najdłuższe szeregi.

Problem O - Magazynier

Problem O - Magazynier

Zadanie

Mamy daną liczbę 1 oraz operację:

- pomnóż liczbę razy a kosztem $a + 1$.

Zadanie polega na znalezieniu minimalnego kosztu zamiany liczby 1 w liczbę N. Zadanie należy rozwiązać dla wielu różnych wartości N, a każda z nich może mieć wartość do $M = 1\,000\,000$.

Problem O - Magazynier

Na początku za pomocą zmodyfikowanej wersji sita Eratostenesa znajdźmy dla każdej liczby od 1 do M wszystkie jej dzielniki. Zajmie to sumaryczny czas $O(M \log M)$.
Korzystając z programowania dynamicznego po dzielnikach obliczamy wynik za pomocą wzoru

$$DP[x] = \min_{d \text{ takie, że } d|x} (DP[x/d] + d + 1).$$

Aby przyspieszyć rozwiązanie można zauważyć, że tablicę DP można liczyć podczas wykonywania sita, co zapobiega zużywaniu dużej ilości pamięci.

Lista zadań

1. Problem A - Astrofizycy
2. Problem B - Bananowa przygoda
3. Problem C - Sześcienna stacja kosmiczna
4. Problem D - Autograf
5. Problem E - Stara komórka
6. Problem F - Kosmiczne paliwo
7. Problem G - Plan teleportacji
8. Problem H - Zaludnienie Proximy Centauri b
9. Problem I - Warunki Atmosferyczne
10. Problem J - Bliźniacze gromady
11. Problem K - Hipoteza Doktora Browna
12. Problem L - Gołąb Dekady
13. Problem M - Pilot Bajtek
14. Problem N - Niszczyciel
15. Problem O - Magazynier